

**Вступительный экзамен по математике
для поступающих в магистратуру
механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,
«Механика и математическое моделирование»
2015 год**

Вариант 2015-07-21-3

1. Пусть

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0.$$

Следует ли отсюда, что

$$\text{либо } \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0, \text{ либо } \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0?$$

2. Найдите линию на комплексной плоскости, которую образует точка z^2 , если точка z последовательно обходит стороны квадрата с вершинами $-1 - i$, $2 - i$, $2 + 2i$, $-1 + 2i$.

3. Найдите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1} \right).$$

4. Для дифференциального уравнения

$$\ddot{x} + \dot{x} = 1$$

нарисуйте траектории на фазовой плоскости, укажите направление движения. По рисунку сделайте вывод о поведении решений при $t \rightarrow +\infty$.

5. Вычислите сумму ряда

$$x - 4x^2 + 9x^3 - 16x^4 + \dots$$

6. Вычислите определитель порядка $n \geq 2$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & n \end{vmatrix}$$

7. Случайная величина X принимает значения $\{0; 1; -1\}$ с вероятностями $\{1/3; 1/2; 1/6\}$ соответственно. Вычислите коэффициент корреляции ρ_{xx^2} .

8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$$

имеет ровно три различных корня.

9. Решите в целых числах уравнение

$$x^2 + 10xy - 5^y = 3.$$