

Вступительный экзамен по математике  
для поступающих в магистратуру  
механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова  
по направлениям «Математика», «Математика и компьютерные науки»,  
«Механика и математическое моделирование»  
2016 год

**Вариант 2016-08-13**

1. Найдите область сходимости и сумму ряда

$$x - 4x^2 + 9x^3 - 16x^4 + \dots$$

2. Для заданного  $b > 0$  найдите такое  $a$ , при котором решение уравнения  $y'' + ay' + by = 0$  с начальными условиями  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 0$  возможно быстрее стремится к нулю при  $x \rightarrow +\infty$ .

3. Множество  $K$  всех точек  $z_1$  комплексной плоскости задается условием

$$|z_1 i + i\sqrt{2}| = \frac{1}{2},$$

где  $i$  – мнимая единица.  $L$  – множество всех точек  $z_2$ , имеющих вид  $z_2 = z_1 i - i\sqrt{2}$ .  
Найдите расстояние между множествами  $K$  и  $L$ .

4. Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной графиками функций

$$y = 12 + 6x - x^2, \quad y = x^2 - 2x + 2.$$

5. Составьте уравнение сферы, проходящей через окружность

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 6y + 2z - 5 = 0, \quad x - 2y - 2z + 1 = 0$$

и касающейся плоскости  $2x + 2y + z - 7 = 0$ .

6. Вычислите ранг матрицы  $Q$  для всех значений параметра  $q$

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & q+1 \\ 2 & -q & -2 & -2 \\ -2 & 2 & q & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Какой сектор следует вырезать из круга радиуса  $R$ , чтобы из оставшейся части можно было свернуть воронку наибольшей вместимости?

8. Решите уравнение

$$x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$$

в целых числах.